

# Control de sincronización anidado para formación de robots móviles diferenciales

F. Mirelez-Delgado\*, H. Gutiérrez-Flores\*, A. Morales-Díaz\*, A. Rodríguez-Angeles\*\*

Centro de Investigación y Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional

Unidad Saltillo\* Unidad Zacatenco\*\*

Ramos Arizpe, Coah. 25900, México

flabio.mirelez@cinvestav.edu.mx

Teléfono: (844) 4389600 Ext. 8600

**Resumen**—Este trabajo presenta la unión de dos enfoques de sincronización, uno a nivel Cartesiano y el otro a nivel rueda para mantener una formación específica con un enjambre de robots móviles diferenciales. La primera parte de la sincronización involucra a todo el grupo de robots móviles con el objetivo de mantener una formación espacial deseada a lo largo del tiempo, la segunda se aplica de manera individual para controlar el ángulo de orientación de cada robot mediante el par aplicado a cada rueda para mantener la trayectoria deseada. El diseño del esquema de control en dos niveles es descentralizado, y se basa en los parámetros de acoplamiento entre un robot y sus dos vecinos más próximos. Se presentan simulaciones para mostrar el desempeño del controlador.

**Palabras clave:** sincronización, robot móvil diferencial, control, formaciones de enjambres.

## I. INTRODUCCIÓN

Los esquemas de formación son importantes en la realización de tareas que impliquen dos o más robots móviles, por ejemplo, mover o transportar objetos pesados (Rodríguez-Angeles y Nijmeijer, 2004) o en el caso de celdas de manufactura donde se deban realizar varias tareas de manera simultánea. De acuerdo a (Blekhman *et al.*, 1995) la sincronización se puede definir como la mutua conformidad en el tiempo de dos o más procesos. Este fenómeno despertó el interés científico desde que fue observado en vibroexcitadores y rotores desbalanceados (Blekhman, 1988).

En la década pasada se desarrollaron trabajos de sincronización a nivel Cartesiano para robots omnidireccionales (Sun y Wang, 2007), donde se propone un control que garantiza que varios robots omnidireccionales mantengan una formación deseada. Las técnicas de sincronización también se han utilizado en robots móviles diferenciales como en (Nijmeijer y Rodríguez-Angeles, 2004) donde se utiliza un control a nivel de rueda para poder seguir una trayectoria deseada. Por otra parte en (Slotine y Chung, 2009) se sincroniza la dinámica de diversos grupos de sistemas Lagrangianos para hacer seguimiento de una trayectoria común deseada. La metodología propuesta en este artículo es utilizar el enfoque de sincronización Cartesiana para generar una trayectoria deseada en el plano, la cual implica la formación espacial deseada, la ruta se mapea a nivel

de rueda con la ayuda de la pseudo-inversa de la matriz Jacobiana de cada robot móvil diferencial y finalmente se emplea sincronización a nivel rueda para seguir la trayectoria deseada (figura 1).

El artículo está estructurado de la siguiente manera; en la sección II se explica el modelo de un robot móvil diferencial. En la sección III se describen las funciones de sincronización utilizadas a nivel Cartesiano que brindan una formación específica además de proveer una trayectoria deseada. En la sección IV se describe el procedimiento para pasar la trayectoria deseada del espacio Cartesiano al espacio de rueda. En la sección V se utiliza la sincronización a nivel de rueda para controlar las ruedas del robot móvil con el objetivo de seguir la trayectoria deseada. La sección VI muestra los resultados obtenidos en simulaciones y por último en la sección VII se presentan las conclusiones.

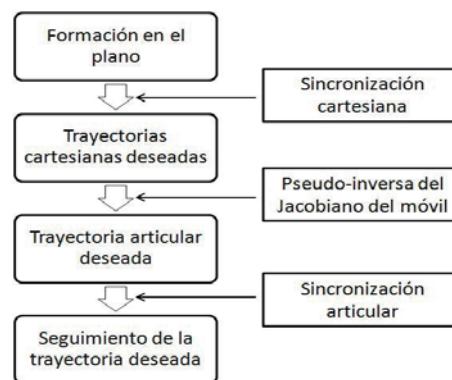


Figure 1. Metodología propuesta.

## II. MODELO DE UN ROBOT MÓVIL DIFERENCIAL

La configuración Cartesiana de un robot móvil diferencial de dos ruedas con centro de masa en medio de su eje y con una rueda pasiva, está dado por;  $\xi = [x \ y \ \theta]$ , donde  $\xi$  son las coordenadas generalizadas Cartesianas,  $x$ ,  $y$  son las coordenadas del centro de masa del robot y  $\theta$  denota el ángulo de orientación del robot, véase figura 2.

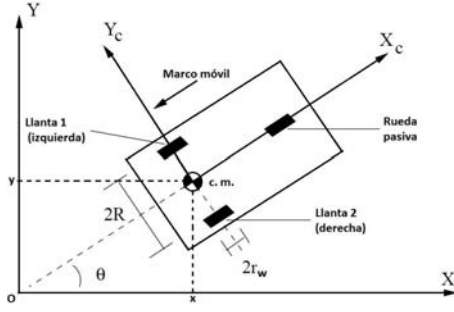


Figure 2. Esquema de un robot móvil en el plano.

El modelo cinemático de robot móvil en coordenadas Cartesianas está dado por:

$$\dot{x} = V \cos(\theta), \quad \dot{y} = V \sin(\theta), \quad \dot{\theta} = \omega \quad (1)$$

Donde  $V$  es la velocidad lineal del robot móvil y  $\omega$  la velocidad angular, además se considera la restricción no-holónoma ( $\dot{x} \sin(\theta) - \dot{y} \cos(\theta) = 0$ ).

### III. SINCRONIZACIÓN A NIVEL CARTESIANO

A nivel Cartesiano y sin considerar la orientación, la posición de un robot móvil  $i$  está dada por:

$$q_i = \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \end{bmatrix} \quad (2)$$

El error de posición Cartesiana para ese robot se puede definir entonces como:

$$e_i = q_i^d - q_i \quad (3)$$

Si se tienen varios robots dentro de una formación deseada, la idea es controlar el enjambre de tal manera que los errores de posición de cada robot converjan a cero y además que mantengan la formación establecida en todo momento. Este problema se puede solucionar utilizando la metodología presentada en (Sun y Wang, 2007) donde la función de sincronización se define como  $f(q_1 \dots q_n)$ .

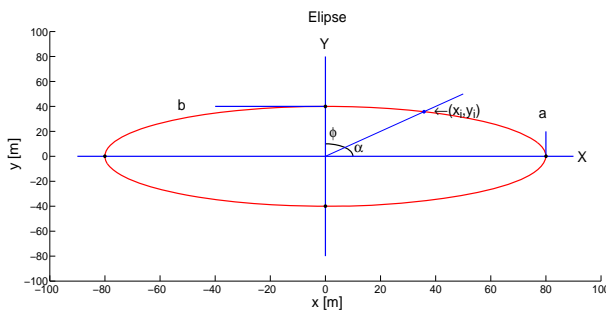


Figure 3. Parámetros importantes de una elipse.

Si se desea mantener al robot  $i$  dentro de una formación específica, por ejemplo una elipse (figura 3), se considera el

enfoque de (Sun y Wang, 2007) donde la posición está dada por:

$$q_i = \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\phi_i) & 0 \\ 0 & \sin(\phi_i) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = A_i \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} \quad (4)$$

Donde  $a$  y  $b$  son los ejes mayor y menor de la elipse respectivamente, además:

$$\phi_i = \arctan\left(\frac{a \sin(\alpha_i)}{b \cos(\alpha_i)}\right) \quad (5)$$

$$\alpha_i = \arctan\left(\frac{y_i}{x_i}\right) \quad (6)$$

Las ecuaciones (5) y (6) están diseñadas de tal modo que  $\alpha_i$  siempre es constante respecto al centro de la formación, por lo tanto la posición del robot  $i$  siempre tendrá el mismo ángulo de orientación ( $\alpha_i$ ).

Con las ecuaciones anteriores se garantiza que la formación se cumpla en todo momento, para ello se puede definir la función de sincronización asociada a la formación como  $f(q_1 \dots q_n) = A_1^{-1} q_1 = A_2^{-1} q_2 = \dots = A_n^{-1} q_n = \begin{bmatrix} a & b \end{bmatrix}^T$ .

Suponiendo que ningún robot está situado en los ejes de la elipse entonces la inversa de la matriz  $A$  siempre existe, por lo que la función de sincronización se puede redefinir como:

$$f(q_1 \dots q_n) = c_1 q_1 = c_2 q_2 = \dots = c_n q_n = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} \quad (7)$$

Donde  $c_i$  son las matrices de acoplamiento diferentes de cero del robot  $i$ . Si se consideran las coordenadas Cartesianas deseadas, entonces a partir de (7) la función de sincronización quedaría de la siguiente manera:

$$f(q_1^d \dots q_n^d) = c_1 q_1^d = c_2 q_2^d = \dots = c_n q_n^d \quad (8)$$

Considerando el error de posición (3) se pueden combinar (7) y (8) como sigue:

$$c_1 e_1 = c_2 e_2 = \dots = c_n e_n \quad (9)$$

La ec. anterior involucra el control de la formación ya que se están incluyendo los errores de posición de todos los robots. La meta de la sincronización en la ec. (8) se puede dividir en sub-metas al hacer que  $c_i e_i = c_{i+1} e_{i+1}$  con la condición de frontera; si  $i = n$ ,  $i + 1 = 1$ .

El concepto de error de sincronización o de formación se puede definir como un subconjunto de todos los posibles pares de robots vecinos en la formación, lo cual implica un acoplamiento entre un robot móvil y sus dos vecinos más cercanos, esto es:

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= c_1 e_1 - c_2 e_2 \\ \varepsilon_2 &= c_2 e_2 - c_3 e_3 \\ &\vdots \\ \varepsilon_n &= c_n e_n - c_1 e_1 \end{aligned} \quad (10)$$

Donde  $\varepsilon_i$  es el error de sincronización de formación del robot  $i$  con respecto a su vecino siguiente ( $i + 1$ ).

Ahora el problema de control es hacer que los  $n$  robots converjan a su posición deseada de manera que  $e_i = 0$  mientras se cumple la ec. (9), haciendo que los errores de sincronización de formación en (10) tiendan a cero. Para ello se define un error de sincronización acoplado:

$$E_i = c_i e_i + \beta_c \int_0^t (\varepsilon_i(w) - \varepsilon_{i-1}(w)) dw \quad (11)$$

Donde  $\beta_c$  es una constante positiva, el error de sincronización  $\varepsilon_i$  está sujeto a la condición de frontera; si  $i = 1$ ,  $i - 1 = n$ . Al derivar el error de posición acoplado se obtiene la siguiente ec.:

$$\dot{E}_i = \dot{c}_i e_i + c_i \dot{e}_i + \beta_c (\varepsilon_i - \varepsilon_{i-1}) \quad (12)$$

Una vez definidos los diferentes errores involucrados en la formación se definirá una cinemática Cartesiana a nivel de aceleración de la forma:

$$\ddot{q}_i = \tau_{ci} \quad (13)$$

Donde  $\tau_{ci}$  no representa fuerzas, son las señales adecuadas para generar la aceleración Cartesiana deseada y por lo tanto la posición en el plano para cada robot móvil. Con las ecuaciones (11) y (12) es posible construir un control de seguimiento para hacer que  $E_i \rightarrow 0$  y  $\dot{E}_i \rightarrow 0$ , para esto se considera la referencia auxiliar.

$$u_i = c_i \dot{q}_i^d + \dot{c}_i e_i + \beta_c (\varepsilon_i - \varepsilon_{i-1}) + \Lambda E_i \quad (14)$$

Donde  $\Lambda$  es una matriz diagonal de ganancias positivas. La definición de la referencia auxiliar en (14) conlleva a los siguientes vectores de posición/velocidad:

$$\begin{aligned} r_i &\triangleq u_i - c_i \dot{q}_i = c_i \dot{e}_i + \dot{c}_i e_i + \beta_c (\varepsilon_i - \varepsilon_{i-1}) + \Lambda E_i \\ &= \dot{E}_i + \Lambda E_i \end{aligned} \quad (15)$$

Cuya derivada es  $\dot{r}_i = \dot{u}_i - \dot{c}_i \dot{q}_i - c_i \ddot{q}_i$ . Ahora es importante diseñar el vector de control  $\tau_{ci}$  que restrinja a  $r_i$  en una superficie descendente de tal modo que  $E_i$  y  $\dot{E}_i$  tiendan a cero. El controlador es descentralizado ya que sólo considera la sincronización con sus vecinos más próximos, es decir, para controlar la posición de sólo un robot no se necesita la información de todos los elementos del enjambre.

$$\tau_{ci} = A_i (\dot{u}_i - \dot{c}_i \dot{q}_i) + K_{ri} A_i r_i + c_i^T K_\varepsilon (\varepsilon_i - \varepsilon_{i-1}) \quad (16)$$

Donde  $K_{ri}$  y  $K_\varepsilon$  son ganancias positivas, el último término en (16) se usa para compensar el efecto de introducir los parámetros de acoplamiento. Si se sustituye la ec. (16) en (13) entonces se obtiene una dinámica de lazo cerrado de la siguiente forma:

$$A_i \dot{r}_i + K_{ri} A_i r_i + c_i^T K_\varepsilon (\varepsilon_i - \varepsilon_{i-1}) = 0 \quad (17)$$

Entonces se puede decir que a medida que los errores de posición y sincronización converjan a cero entonces el sistema será asintóticamente estable (Sun y Wang, 2007).

#### IV. MAPEO DE COORDENADAS CARTESIANAS A NIVEL DE RUEDA

La sincronización Cartesiana genera una ruta deseada en el plano para cada robot móvil manteniendo así una formación, pero como se desea obtener la trayectoria deseada a nivel rueda, es necesario el mapeo entre las velocidades Cartesianas y las velocidades angulares de cada rueda. Para ello el primer paso es retomar la ec. (1) donde:

$$V = \frac{r_w \dot{\psi}_1 + r_w \dot{\psi}_2}{2}, \quad \omega = \frac{r_w \dot{\psi}_2 - r_w \dot{\psi}_1}{2R} \quad (18)$$

Donde  $\dot{\psi}_1$ ,  $\dot{\psi}_2$  son las velocidades angulares de la rueda izquierda y derecha respectivamente. Entonces la matriz Jacobiana del robot móvil ( $J$ ) que mapea las velocidades del espacio de rueda al Cartesiano está dada por:

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{r_w \cos(\theta)}{2} & \frac{r_w \cos(\theta)}{2} \\ \frac{r_w \sin(\theta)}{2} & \frac{r_w \sin(\theta)}{2} \\ \frac{-r_w}{2R} & \frac{r_w}{2R} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\psi}_1 \\ \dot{\psi}_2 \end{pmatrix} = J \begin{pmatrix} \dot{\psi}_1 \\ \dot{\psi}_2 \end{pmatrix}$$

Entonces para mapear las velocidades del nivel Cartesiano a nivel de rueda, se utiliza la pseudoinversa de la matriz Jacobiana ( $J^\#$ ), obteniendo la siguiente relación para las velocidades Cartesianas y de rueda deseadas:

$$\begin{pmatrix} \dot{x}^d \\ \dot{y}^d \\ \dot{\theta}^d \end{pmatrix} = J^\# \begin{pmatrix} \dot{x}^d \\ \dot{y}^d \\ \dot{\theta}^d \end{pmatrix} \quad (19)$$

#### V. SINCRONIZACIÓN A NIVEL DE RUEDA

Siguiendo las ideas de (Nijmeijer y Rodríguez-Angeles, 2004) se tiene que  $\psi_1$  y  $\psi_2$  son el desplazamiento angular de la rueda izquierda y la rueda derecha respectivamente, y  $v_1$  y  $v_2$  son sus velocidades lineales, entonces la velocidad angular del robot móvil está dada por:

$$\dot{\theta} = \omega = \frac{v_2 - v_1}{2R} = \frac{r_w}{2R} (\dot{\psi}_2 - \dot{\psi}_1) \quad (20)$$

Donde  $2R$  es la distancia entre las ruedas y  $r_w$  es el radio de rueda que se supone idéntico para ambas ruedas. De la integración de la ec. (20) se puede obtener el ángulo de orientación del robot.

$$\theta = \int_0^t \dot{\theta}(\zeta) d\zeta = \theta_c + \frac{r_w}{2R} (\psi_2 - \psi_1) \quad (21)$$

$\theta_c$  es una constante de integración que depende de las condiciones iniciales de las ruedas del robot móvil.

La meta de la sincronización es regular la posición angular de las ruedas  $\psi_1$ ,  $\psi_2$  a valores deseados  $\psi_1^d$ ,  $\psi_2^d$  (figura 4). Entonces es posible definir un error de desplazamiento angular:

$$e_{wi} = \psi_i - \psi_i^d \quad (22)$$

Este error tiende a cero regulando el ángulo de ataque  $\theta$  dado en (21), esto significa poder seguir una trayectoria deseada controlando sólo las ruedas del robot móvil. En

base a la figura 4 se deben hacer ciertas consideraciones para la trayectoria deseada.

- La trayectoria debe ser suave y continua.
- La diferencia del radio de curvatura  $R_{ca}$  y  $R_{cd}$  es suficientemente pequeña como para despreciarse;  $R_{ca} \approx R_{cd} = R_c$ .
- El radio de curvatura  $R_c$  debe ser tal que  $R_c > R$  ( $R$  se definió en la fig. 2).

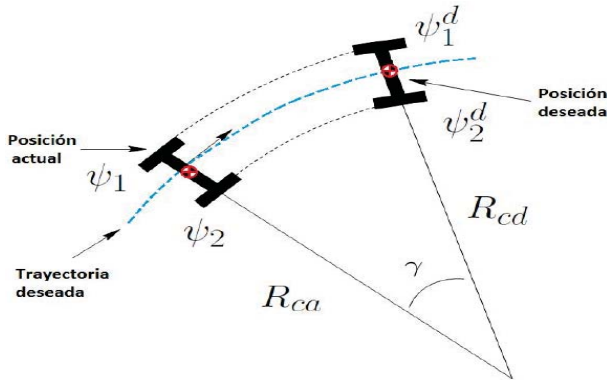


Figure 4. Robot móvil en una trayectoria deseada.

A partir de la figura 4 cuando el robot está en la trayectoria deseada se debe satisfacer la siguiente relación cinemática:

$$\frac{r_w e_{w1}}{R_c \pm R} = \frac{r_w e_{w2}}{R_c \mp R} = \gamma \quad (23)$$

Para que el robot se mantenga en la ruta deseada se define el error de sincronización de rueda:

$$\epsilon = D_1 e_{w1} + D_2 e_{w2} \quad (24)$$

Donde  $D_i$  son los parámetros cruzados de acoplamiento y se definen como:

$$D_1 = \frac{R_c}{R_c \pm R} \quad D_2 = -\frac{R_c}{R_c \mp R} \quad (25)$$

En el caso de una trayectoria en línea recta  $R_c = \infty$ , entonces  $D_1 = 1$  y  $D_2 = -1$ . Si se logra que el error de sincronización  $\epsilon \rightarrow 0$  es equivalente a mantener la relación cinemática en (23) y por lo tanto se asegura que el robot móvil siga la trayectoria deseada.

La dinámica del desplazamiento angular de cada rueda está dada por:

$$H_i \ddot{\psi}_i + C_i \dot{\psi}_i + F_i = \tau_{ri} \quad (26)$$

Donde  $H_i$  es la matriz de inercia del robot,  $C_i$  es la matriz de términos no lineales relacionados con fuerzas centrífugas,  $F_i$  son las fuerzas debido a la fricción y  $\tau_{ri}$  es el par de control de cada rueda. El control se puede definir de la siguiente manera donde la matriz de Coriolis y las fuerzas de fricción no han sido consideradas pues se asume un centro de masa en el centro del eje de las ruedas y no existe derrapamiento entre las ruedas y el piso.

$$\tau_{ri} = H_i(\ddot{\psi}_{ri} - K_{di}\dot{s}_i - K_{pi}s_i) \quad (27)$$

Donde  $K_{pi}$ ,  $K_{di}$  son ganancias positivas,  $s_i$  y  $\dot{s}_i$  son los errores de sincronización acoplados y se definen como:

$$s_i = \psi_i - \psi_{ri} \quad \dot{s}_i = \dot{\psi}_i - \dot{\psi}_{ri} \quad (28)$$

Los términos  $\psi_{ri}$  y  $\dot{\psi}_{ri}$  que aparecen en (28) junto con  $\ddot{\psi}_{ri}$  de la ec. (27) son las referencias nominales en las cuales se basa la trayectoria deseada (Slotine y Li, 1987) y están definidas como:

$$\psi_{ri} = \psi_i^d + \beta_a \int_0^t \epsilon(\varpi) d\varpi; \quad \dot{\psi}_{ri} = \dot{\psi}_i^d + \beta_a \epsilon$$

$$\ddot{\psi}_{ri} = \ddot{\psi}_i^d + \beta_a \dot{\epsilon}$$

Donde  $\beta_a$  es una ganancia positiva y  $\epsilon$  es el error de sincronización de rueda definido en la ec. (24).

## VI. SIMULACIONES

A nivel Cartesiano se consideran 4 robots en la frontera de una elipse, sus coordenadas son (70.51 [m], 18.89 [m]), (-70.51 [m], 18.89 [m]), (-70.51 [m], -18.89 [m]) y (70.51 [m], -18.89 [m]) respectivamente. La formación cambia respecto al tiempo mediante las siguientes ecuaciones:

$$a = a_0 + (a_f - a_0)(1 - e^{-t})$$

$$b = b_0 + (b_f - b_0)(1 - e^{-t}) \quad (29)$$

Donde  $a_0$ ,  $b_0$  son los valores iniciales de los ejes (80 [m] y 40 [m] respectivamente) y  $a_f$ ,  $b_f$  son los valores finales (40 [m] y 80 [m] respectivamente). Los valores usados para las ganancias de los controles, reportadas en (Sun y Wang, 2007) y (Nijmeijer y Rodríguez-Angeles, 2004) son;  $\beta_c = 0.5$ ,  $K_{ri} = 100$ ,  $K_\epsilon = 1$ ,  $\Lambda = 20$ ,  $\beta_a = 500$ ,  $K_{pi} = 1000$  y  $K_{di} = 100$ , el tiempo de simulación es de 10 [seg] con un periodo de muestreo de 0.005 [seg] y los parámetros de los robots móviles son;  $r_w = 0.04$  [m],  $R = 0.145$  [m] y  $H = \text{diag}[0.50, 0.52]$  [kg · m<sup>2</sup>]. En la figura 5 se puede apreciar la ruta de cada robot para llegar a su posición en la elipse final.

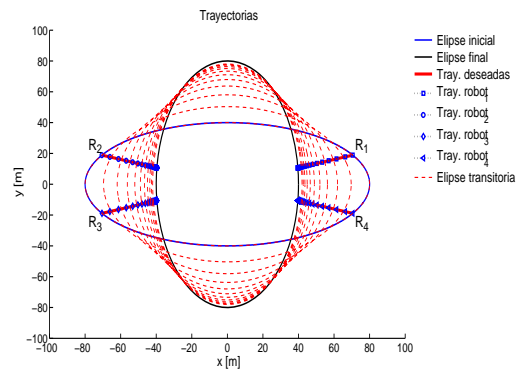


Figure 5. Trayectorias para cada robot dentro de la formación.

En las gráficas 7 y 9 se puede observar cómo los errores de sincronización de formación y de sincronización a nivel rueda convergen a cero. Por otra parte los errores de posición en el plano y de posición a nivel rueda (figuras 6 y 8) convergen a valores cercanos a cero pues la sincronización de formación tiene preferencia sobre los errores individuales acorde a las ganancias propuestas.

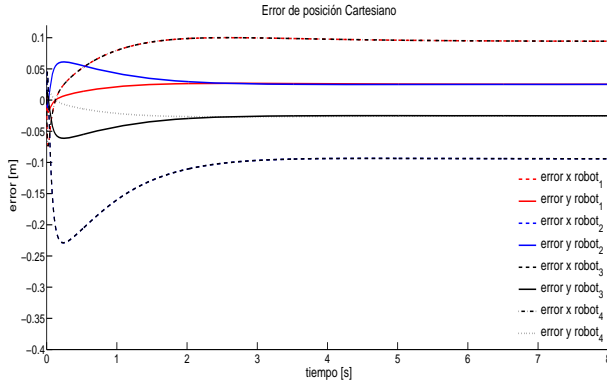


Figure 6. Error de posición a nivel Cartesiano ( $e_i$ ).

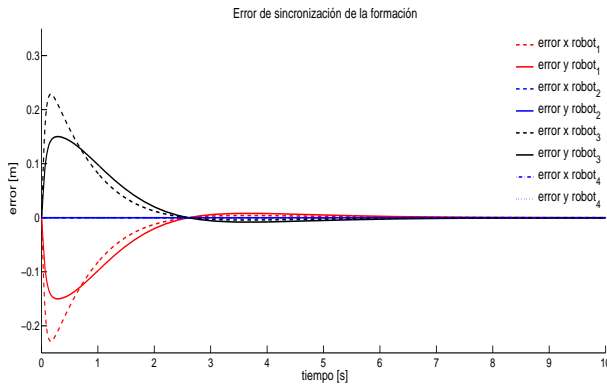


Figure 7. Error de sincronización a nivel Cartesiano ( $e_f$ ).

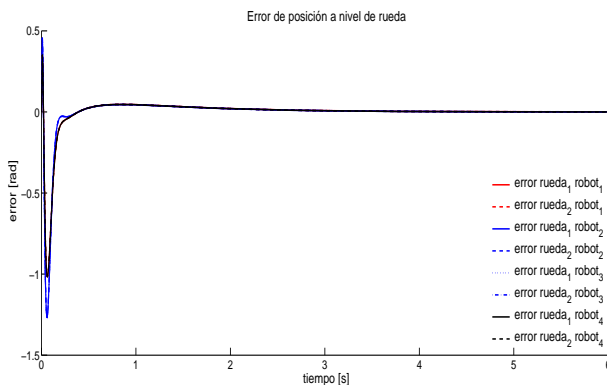


Figure 8. Error de posición a nivel de rueda ( $e_{wi}$ ).

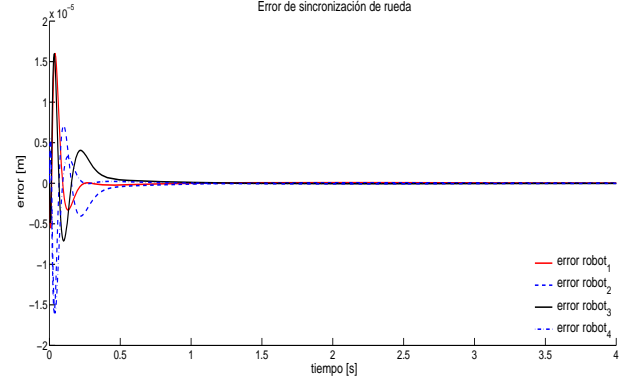


Figure 9. Error de sincronización a nivel de rueda ( $\epsilon$ ).

En la figura 5 se muestran las trayectorias que siguen los robots para mantenerse en la frontera de la elipse mientras ésta cambia su forma pero siempre centrada en el origen, ahora se propone un método para poder mover la formación de los robots a cualquier punto del plano, dado que la sincronización de formación y la sincronización entre las ruedas de un móvil son viables.

El centro de la formación cambiará respecto al tiempo mientras la elipse se mantendrá constante. Las ecuaciones que permiten el cambio de la formación son las siguientes:

$$O_x = (O_{x_f}) (1 - e^{-t})$$

$$O_y = (O_{y_f}) (1 - e^{-t})$$

Se supone que la formación comenzará a moverse desde el origen, entonces de modo similar a la ec. (29)  $O_{x_f}$ ,  $O_{y_f}$  son las coordenadas finales del centro de la formación. Para mantener la formación en todo momento es necesario modificar la ec. (6):

$$\alpha_i = \arctan\left(\frac{y_i - O_y}{x_i - O_x}\right)$$

Este cambio en  $\alpha_i$  tiene efecto en las coordenadas Cartesianas deseadas que ahora deben considerar el cambio de centro de la formación por lo que se pueden calcular de la siguiente forma:

$$q_i^d = A_i \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} O_x \\ O_y \end{bmatrix}$$

Para un punto final cuyas coordenadas son (20 [m], 30 [m]) y las condiciones iniciales de los robots 1-4 en la elipse son (35.77 [m], 35.77 [m]), (-35.77 [m], 35.77 [m]), (-35.77 [m], -35.77 [m]), (35.77 [m], -35.77 [m]), los resultados se muestran en las figuras 10-14 donde se puede observar que nuevamente los errores de sincronización convergen a cero, teniendo prioridad sobre los errores de seguimiento de rueda y de posición individuales.

## VII. CONCLUSIONES

En este artículo se demostró cómo se pueden acoplar un esquema de sincronización Cartesiano y otro a nivel de

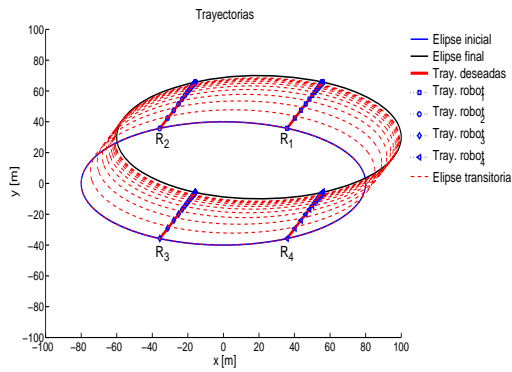


Figure 10. Trayectorias para elipse con cambio de centro.

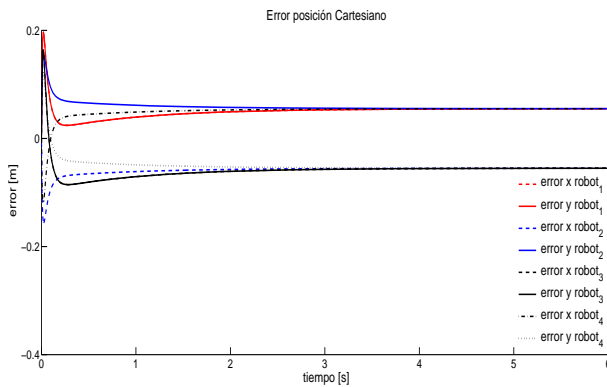


Figure 11. Error de posición a nivel Cartesiano ( $e_i$ ).

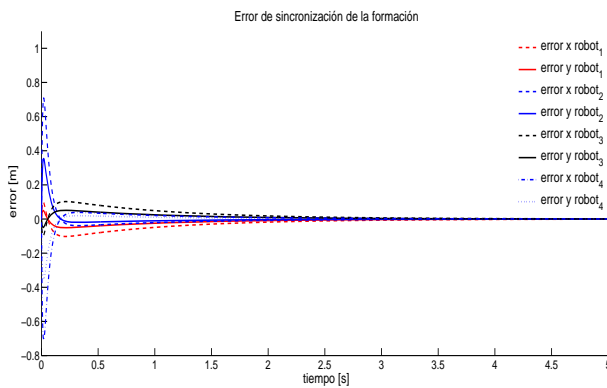


Figure 12. Error de sincronización a nivel Cartesiano ( $\epsilon_i$ ).

rueda mediante la pseudo-inversa por la izquierda de la Jacobiana del robot móvil, dando como resultado una formación cambiante en el plano que genera una trayectoria deseada para cada robot dentro del enjambre y el seguimiento de la misma al sincronizar las ruedas de cada móvil. El esquema de sincronización Cartesiana mantiene la formación de los robots y el control de sincronización a nivel de rueda modifica el ángulo de orientación y velocidad lineal de cada rueda para forzar el seguimiento de la trayectoria deseada mediante la sincronización o acoplamiento de las ruedas. Los resultados de las simulaciones muestran que es factible

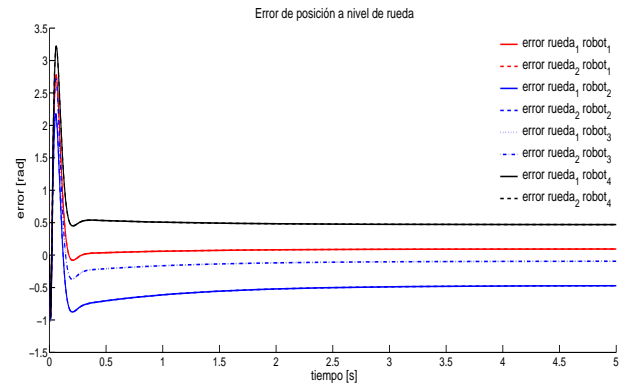


Figure 13. Error de posición a nivel de rueda ( $e_{wi}$ ).

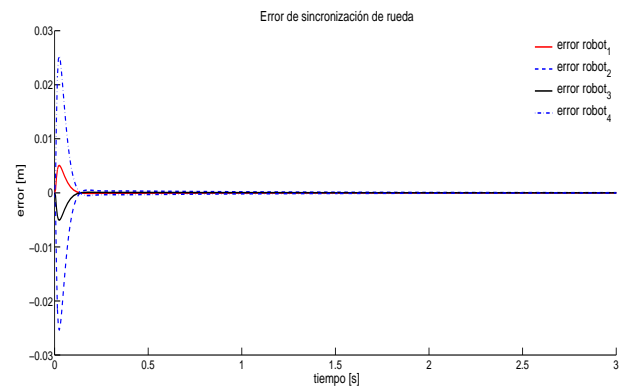


Figure 14. Error de sincronización a nivel de rueda ( $\epsilon$ ).

utilizar la unión de los esquemas de sincronización para mantener formaciones con robots móviles diferenciales. Como trabajo a futuro se implementará este esquema de control en al menos dos robots móviles diferenciales.

## VIII. AGRADECIMIENTOS

Al soporte brindado por el proyecto de ciencia básica CONAcYT No. 133527.

## REFERENCIAS

- Blekhman, I. I., P. S. Landa, and M. G. Rosenblum (1995), Synchronization and chaotization in interacting dynamical systems. *ASME Appl Mech. Rev.*, **48**, 733–752.
- Blekhman, I. I. (1988), Synchronization in Science and Technology. New York: *ASME*.
- Nijmeijer, H. y A. Rodríguez-Ángeles (2004), Control Synchronization of Differential Mobile Robots. *6th IFAC Symposium on Nonlinear Control Systems*, 579–584.
- Rodríguez-Angeles, A. y H. Nijmeijer (2004), Mutual Synchronization of Robots via Estimated State Feedback: A Cooperative Approach. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, **12**, no. 4, 542–554.
- Slotine, J. J. E. y S. J. Chung, (2009), Cooperative Robot Control and Concurrent Synchronization of Lagrangian Systems. *IEEE Transactions on Robotics*, **25**, no.3, 686–700.
- Slotine, J. J. E. y W. Li, (1987), On the adaptive control of robot manipulators. *International Journal of Robotics Research*, **6**, no.3, 49–59.
- Sun, D. y C. Wang (2007), Controlling Swarms of Mobile Robots for Switching between Formations Using Synchronization Concept. *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, **10**, 2300–2305.